

PREMIÈRE COMPOSITION DE PHYSIQUE

(Durée : 3 heures)

L'utilisation des calculatrices est autorisée pour cette épreuve.

* * *

Mesure de forces colloïdales dans une émulsion ferrofluide

Un ferrofluide s'obtient en dispersant dans de l'huile de petites particules solides aimantées. Une émulsion ferrofluide est une suspension diluée de gouttelettes de ce fluide dans l'eau. Des techniques physico-chimiques permettent de contrôler de manière précise la taille des gouttelettes et la stabilité de cette suspension. La taille de ces gouttelettes varie depuis une fraction de micromètre jusqu'à quelques micromètres. Soumises à un champ magnétique externe, elles s'organisent en longues chaînes, alignées parallèlement au champ. Le problème est consacré à l'étude de certains aspects du comportement des gouttelettes et des chaînes.

Formulaire

Composantes, en coordonnées sphériques, du champ magnétique créé par un dipôle magnétique $\vec{m} = m\vec{e}_z$ placé à l'origine :

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m \cos \theta}{r^3}, \quad B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m \sin \theta}{r^3}, \quad B_\varphi = 0$$

Données numériques

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann : $k_B = 1,380 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Constante diélectrique de l'eau : $\epsilon_r = 80$
Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ SI}$
Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ SI}$

Première partie

1. On considère deux dipôles magnétiques \vec{m} identiques, parallèles et de même sens.

a) Donner l'expression de leur énergie potentielle d'interaction W ; on positionnera pour cela le dipôle (1) à l'origine et le dipôle (2) au point de coordonnées sphériques (r, θ, φ) .

En déduire, par l'expression $\vec{F} = -\overline{\text{grad}} W$, les composantes radiale F_r , et orthoradiale F_θ de la force \vec{F} exercée par (1) sur (2).

b) À distance relative r fixée, pour quelle direction θ l'énergie W est-elle minimale ? La force d'interaction est-elle alors attractive ou répulsive ?

2. Chaque particule solide aimantée du ferrofluide porte un moment magnétique permanent $\vec{\mu}$ et possède un volume v . On note ϕ (avec $\phi \ll 1$) la fraction volumique en particules dans le fluide.

a) Expliquer qualitativement pourquoi, en l'absence de champ magnétique extérieur, cette assemblée de particules aimantées ne possède aucune propriété magnétique macroscopique.

b) On considère maintenant une goutte sphérique unique de ferrofluide de rayon R plongée dans l'eau. Sous l'effet d'un champ magnétique uniforme d'origine extérieure \vec{B} , cette goutte acquiert une aimantation macroscopique \vec{M} que l'on admettra être uniforme. Pour des valeurs du champ pas trop élevées, cette aimantation lui est proportionnelle ; on pose alors : $\vec{M} = \chi_S \vec{B} / \mu_0$. Quelle est la dimensionnalité du coefficient χ_S ? Quel est le moment magnétique \vec{m} de la goutte ?

3. On considère une émulsion diluée de ces gouttelettes dans l'eau. Chaque gouttelette de rayon R sera assimilée à un dipôle magnétique de moment \vec{m} . Sous l'action d'un champ extérieur uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ les gouttelettes s'alignent et forment des chaînes d'une trentaine de gouttelettes environ parallèles au champ appliqué. On négligera toute interaction entre chaînes. On considère une chaîne isolée que l'on supposera infinie. On désigne par d la distance entre les centres de deux gouttelettes successives de cette chaîne.

a) Expliquer pourquoi les gouttelettes s'alignent.

b) Soit une gouttelette quelconque de la chaîne. Calculer le champ magnétique \vec{B}_1 créé par toutes les autres gouttelettes sur celle-ci. Exprimer ce champ en fonction de \vec{m} et d et à l'aide de la constante $\zeta(3) = \sum_{p=1}^{\infty} 1/p^3 \approx 1,202$.

c) Exprimer alors \vec{m} en fonction de \vec{B}_0 , χ_S , R et d .

4. On désire calculer la force attractive d'origine magnétique qui s'exerce à l'intérieur d'une chaîne ; on divise par la pensée, entre deux gouttelettes, la chaîne en deux parties.

a) Calculer la force totale qu'exercent les dipôles de l'une des moitiés sur les dipôles de l'autre. Montrer qu'elle s'exprime sous la forme :

$$\vec{F}_{ch} = \pm \frac{3\mu_0}{2\pi} \zeta(3) \frac{m^2}{d^4} \vec{e}_z .$$

b) La comparer à la force \vec{F}_p entre deux gouttelettes lorsque la chaîne n'en contient que deux. Exprimer F_{ch}/F_p en fonction de χ_S , R et d .

c) Calculer F_{ch} , F_p et F_{ch}/F_p pour $\chi_S = 0,11$, $R = 98$ nm, $d = 200$ nm et $B_0 = 6,30 \times 10^{-2}$ T.

Deuxième partie

1. Les gouttelettes d'une chaîne, toutes de rayon R , sont supposées incompressibles et indéformables. En l'absence d'interaction entre gouttelettes autre que l'interaction magnétique, quelle est la distance d entre elles ?

2. On suppose maintenant qu'il existe une force répulsive à courte portée ne s'exerçant qu'entre deux gouttelettes voisines d'une chaîne, dont la nature sera précisée plus loin. En raisonnant sur une chaîne divisée en deux par la pensée (cf. question 4. de la première partie), donner l'équation implicite reliant à l'équilibre la valeur $F_{rep}(d)$ de cette force au champ extérieur B_0 . =

3. On éclaire l'émulsion par un faisceau parallèle de lumière blanche se propageant dans la direction \vec{e}_z . Chaque gouttelette de ferrofluide absorbe une partie de la lumière qu'elle reçoit et diffracte l'autre dans toutes les directions. On observe la lumière diffractée en arrière, dans la direction $-\vec{e}_z$ (rétrodiffusion). La distribution spectrale $I(\lambda)$ de la lumière rétrodiffusée est analysée par un spectrographe, λ étant la longueur d'onde dans le vide. On constate qu'elle présente un maximum très prononcé pour une longueur d'onde λ_0 dans le spectre visible, associé à une coloration très nette.

a) Interpréter qualitativement ce phénomène de coloration.

b) Exprimer d en fonction de λ_0 et de l'indice optique n de l'eau. Calculer numériquement λ_0 pour $d = 220$ nm ; on prendra $n = 1,33$. De quelle couleur apparaît l'échantillon ?

c) Décrire la séquence de couleurs observées en rétrodiffusion lorsque l'on fait varier le champ magnétique extérieur appliqué B_0 . Quelle est la longueur d'onde λ_0 limite observable ? Donner sa valeur numérique, ainsi que la couleur correspondante pour $R = 98$ nm.

4.a) Montrer que la force répulsive s'exerçant entre deux gouttelettes adjacentes d'une chaîne est donnée par :

$$F_{rep} = \left(\frac{24\zeta(3)\mu_0}{\pi} \right) \left(\frac{m^2 n^4}{\lambda_0^4} \right).$$

b) Décrire un protocole expérimental permettant la mesure d'un « profil » de force $F_{rep}(h)$ où $h = d - 2R$.

5. Lorsque les gouttelettes sont chargées électriquement et plongées dans de l'eau salée, la force répulsive est d'origine électrostatique. Soit ψ_0 le potentiel électrostatique à la surface de chaque sphère. Entre deux sphères de rayon R distantes de d s'exerce alors

la force répulsive de valeur F_{el} . A faible potentiel et grand rayon ($h = d - 2R \ll R$), l'expression de F_{el} est donnée par :

$$F_{el}(h) = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\psi_0^2 R\kappa \exp(-\kappa h)$$

où ε_r est la constante diélectrique de l'eau et κ^{-1} une longueur appelée longueur de Debye qui dépend de la salinité de la solution.

Les résultats d'un profil de force obtenus par mesure optique sont représentés sur la figure 1. Le rayon des gouttelettes est $R = 98$ nm. En déduire pour cette expérience les valeurs de κ^{-1} et de ψ_0 .

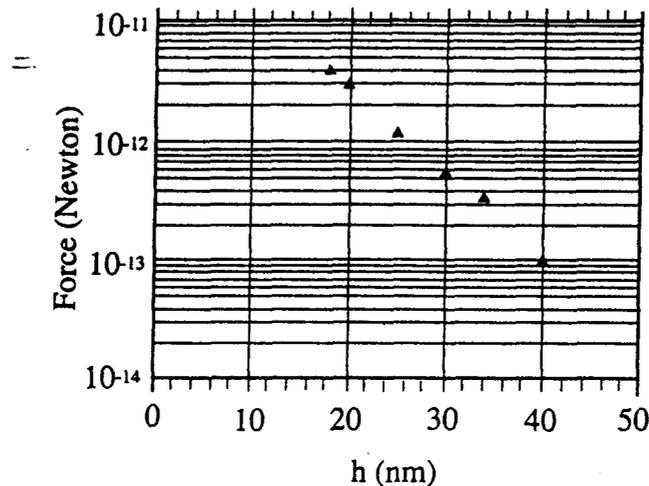


Figure 1

Troisième partie

On constate que deux particules colloïdales (telles que les gouttelettes d'huile ferrofluide considérées dans ce problème) plongées dans une solution de polymères non adsorbants (qu'on peut assimiler à des microsphères) ou de micelles (microagrégats sphériques de molécules tensioactives) subissent une attraction. Dans cette partie on propose un modèle simple permettant d'évaluer cette force attractive. On étudiera ensuite sa mesure par le dispositif présenté au paragraphe précédent.

1. On considère deux particules colloïdales sphériques de rayon R (désignées par (1) dans la suite) dont la distance centre à centre est d . Elles sont plongées dans une solution de particules sphériques de rayon r (avec $r < R$), et de concentration c (nombre de particules par unité de volume). On désigne par (2) ces particules dans la suite. Leurs collisions avec les particules (1) sont équivalentes comme effet à celui d'une pression Π vérifiant la relation : $\Pi = ck_B T$.

a) A quelle équation connue est analogue cette relation entre Π et c ? A quelles hypothèses sur les interactions entre les particules (2) cette relation correspond-elle? A quelle condition sur c cette relation peut-elle être valide?

b) Donner l'expression d_m de la distance minimale entre centres des particules (1) au-dessous de laquelle il apparaît un interstice exclu pour les particules (2).

c) On note $\bar{R} = R + r$. Exprimer θ_c , demi-angle au sommet du cône définissant la région interdite pour les particules (2) en fonction de d et \bar{R} (figure 2).

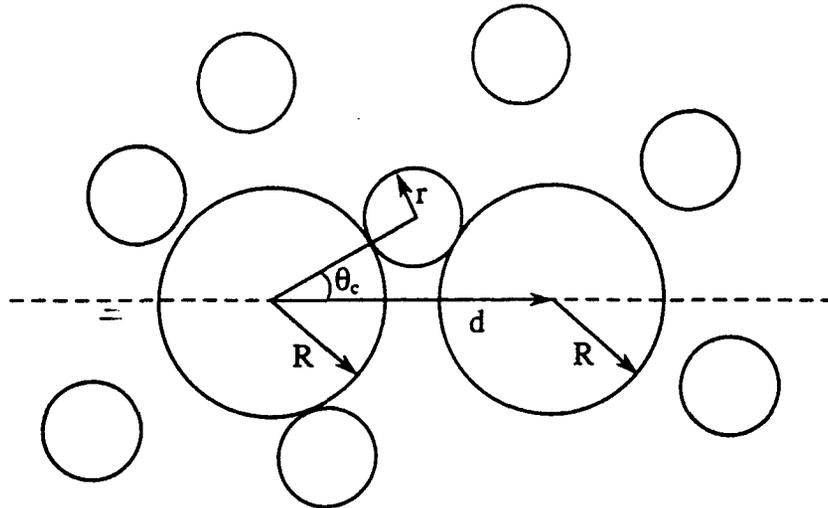


Figure 2

2.a) Pour évaluer les forces de pression exercées par les particules (2) sur une particule (1), on remplace les particules (2) par des particules ponctuelles de même concentration agissant sur une particule sphérique de rayon \bar{R} . En donner une justification.

b) En effectuant le bilan des forces de pression exercées sur l'une des particules (1), montrer qu'il existe une force attractive effective, dite de déplétion, entre les particules (1). Montrer que son expression est donnée par :

$$F_{dep} = ck_B T \pi \bar{R}^2 \sin^2 \theta_c .$$

c) Exprimer cette force en fonction de d .

d) On qualifie d'*entropique* cette force de déplétion. Justifier ce terme en suivant qualitativement l'évolution du volume accessible aux particules (2) en fonction de la distance d .

e) Calculer la force de déplétion s'exerçant sur deux particules (1) en contact, de 98 nm de rayon, plongées dans une solution de polymères assimilés à des particules sphériques de 10 nm de rayon, de concentration c égale à 0,01 mol/m³, à la température de 25°C.

3. On considère une situation analogue à celle étudiée à la question 5. de la deuxième partie. Une chaîne de gouttelettes ferrofluides de 98 nm de rayon, chargées, dans de l'eau faiblement salée, est soumise à un champ magnétique extérieur appliqué B_0 de $62,7 \times 10^{-3} T$. On observe que l'intensité de la lumière rétrodiffusée est maximale pour une longueur d'onde dans le vide λ_0 égale à 535 nm.

On ajoute à la solution précédente des polymères assimilés à des sphères de rayon r de 10 nm, à la concentration c de 0,01 mol/m³. Quelle est la valeur B'_0 du champ qu'il faut appliquer pour que le maximum de l'intensité rétrodiffusée soit à la même longueur d'onde λ_0 que précédemment ?

* *
*