

CONCOURS COMMUN 1999

DES ÉCOLES DES MINES D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES

Épreuve de Physique et Chimie (toutes filières)

Mercredi 26 Mai 1999 de 08h00 à 12h00

Instructions générales :

Les candidats doivent vérifier que le sujet comprend 16 pages numérotées 1/16, 2/16, ... 16/16.

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Les candidats colleront sur leur première feuille de composition l'étiquette à code à barres correspondante.

Instructions particulières à l'épreuve de Physique et Chimie :

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

SUJET DE PHYSIQUE

Le sujet de Physique comporte trois parties indépendantes :

- La partie thermodynamique porte sur l'étude du moteur deux temps d'un scooter.
- La partie mécanique analyse l'expérience de Marin Mersenne.
- La partie électricité propose l'étude d'un éthylomètre.

I- THERMODYNAMIQUE

Les scooters de cylindrée inférieure à 50 cm^3 sont équipés d'un moteur à explosion à deux temps. Celui-ci existe sous plusieurs formes. Le type le plus répandu (surtout dans le domaine des petites puissances) est celui qui comporte trois lumières ; celles-ci sont destinées à assurer l'aspiration, l'échappement et la communication entre le carter et le cylindre. Le mélange carburé (air - essence - huile) provenant du carburateur pénètre dans le carter pendant le mouvement du piston du P.M.B (point mort bas) au P.M.H (point mort haut). Au cours de la descente, cet air est comprimé et dirigé vers le cylindre par le canal de transfert. La légère compression du mélange carburé permet l'évacuation du gaz de combustion. Le graissage des parties mobiles, assuré par de l'huile que l'on mélange à l'essence, permet de réduire les frottements.

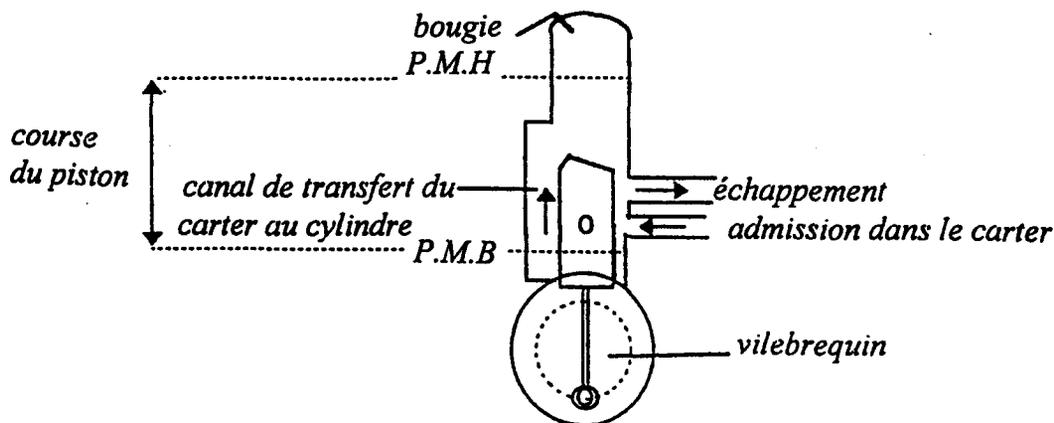
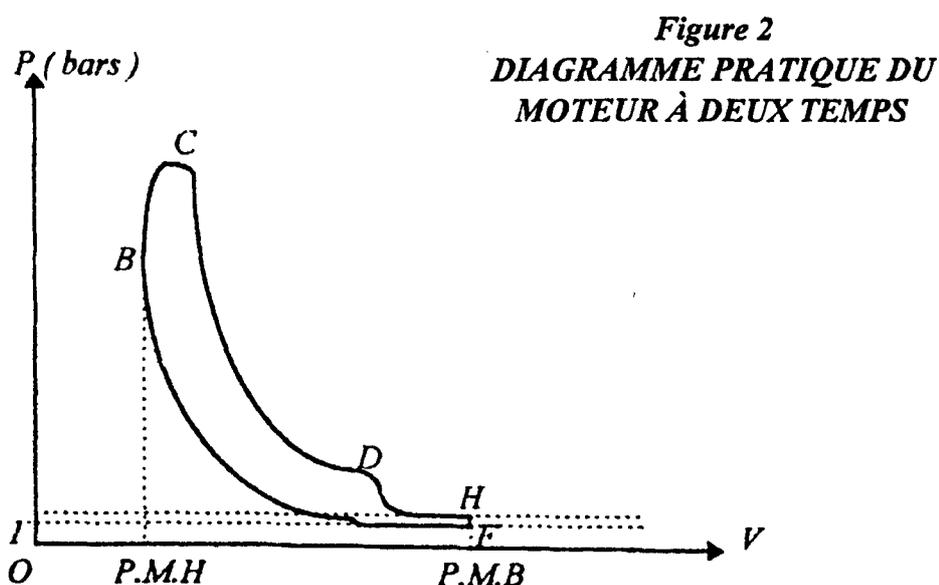


Figure 1

PRINCIPE GÉNÉRAL : Il est rappelé que les quatre phases (admission, compression, combustion et détente), qui sont réparties sur deux tours du vilebrequin dans un quatre temps (deux allers et deux retours du piston) se succèdent dans un deux temps sur un seul tour du vilebrequin (un aller et un retour du piston). Cela est possible parce que les phases échappement et admission ont lieu très rapidement et sensiblement au moment où le piston se trouve au point mort bas (P.M.B). Pratiquement le diagramme de Watt (pression en ordonnées, volume en abscisses) a l'allure représentée sur la figure 2. On y distingue les deux temps :

- 1er temps : compression du mélange carburé (FB), combustion (BC).
- 2ème temps : détente (CD), échappement des gaz de combustion et admission d'une nouvelle charge de mélange carburé (DHF).



Le diagramme théorique (B' C' D' F') s'identifie au cycle de Beau de Rochas. Il est établi avec les hypothèses suivantes :

- la combustion (B'C') est instantanée et se produit lorsque le volume du cylindre vaut V_C (piston au point mort haut).
- la détente (C'D') et la compression (F'B') du mélange sont adiabatiques réversibles.
- lors de l'échappement et de l'admission (D'F') quasi instantanées, le volume du cylindre est considéré constant égal à V_D .

La cylindrée du moteur est $V_D - V_C$.

Le taux de compression est égal au rapport volumétrique $a = \frac{V_D}{V_C}$.

Dans la notice technique d'un scooter (Spacer 50 Kymco), on lit les indications suivantes :

vitesse maximale : 45 km . h⁻¹

régime de puissance maximale : 7000 tours . min⁻¹ (vitesse angulaire de vilebrequin)

puissance maximale : 4,40 kW

cylindrée : 49,5 cm³

course du piston : 39,2 mm.

On donne :

* la constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

* la température et la pression du point F' : $T_F = 300\text{K}$ $P_F = 10^5 \text{ Pa}$

On fera d'autre part l'approximation suivante : l'air étant en grand excès par rapport au mélange (huile + carburant), on assimilera le mélange carburé à un gaz parfait unique, de coefficient

$\gamma = 1,4$ ($\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ rapport de capacités thermiques molaires à pression constante et à volume constant), de masse molaire 29 g.mol^{-1} .

On rappelle que le pouvoir calorifique, noté q , supposé indépendant de la température, est la chaleur libérée par la combustion d'une unité de volume d'essence.

On prendra $q = 30 \text{ kJ.cm}^{-3}$.

DÉTERMINATION DE LA CONSOMMATION D'ESSENCE DU SCOOTER

I-1- Tracer l'allure du cycle (F'B'C'D'F') dans un diagramme de Watt (P, V).

I-2- Lorsque le scooter roule à 45 km.h^{-1} à son régime maximal de $7000 \text{ trs. min}^{-1}$, quelle est la durée d'un cycle ?

En déduire la vitesse moyenne du piston sur un cycle.

Comparer cette vitesse à un ordre de grandeur de la vitesse quadratique moyenne des molécules en F'. Peut-on en déduire une caractéristique des transformations (C' D') et (F' B') ?

I-3- Rappeler pour quel type de système et pour quel type de transformation, la loi de Laplace $PV^\gamma = \text{cte}$ est applicable.

Pourquoi dit-on qu'une transformation adiabatique réversible est isentropique ?

Est-ce que cela dépend de la nature du système ?

I-4- La pression en fin de compression est de 6.10^5 Pa . En déduire le taux de compression $a = \frac{V_D}{V_C}$.

I-5- Exprimer le travail fourni par le moteur au cours d'un cycle en fonction de R , γ , P_F , V_D et des températures T_F , T_B , T_C , T_D des points F', B', C', D'.

On rappelle que pour un gaz parfait la capacité thermique molaire à volume constant est :

$$C_V = \frac{R}{\gamma-1}$$

I-6- Exprimer la chaleur libérée par la combustion en fonction de R , γ , P_F , V_D , T_C , T_B , T_F .

I-7- Définir le rendement thermodynamique η du cycle et l'exprimer en fonction de a et γ .

I-8- En prenant $\eta = 0,4$, calculer la chaleur libérée par la combustion à chaque cycle lorsque le scooter roule à 45 km.h^{-1} à son régime de puissance maximale $P = 4,4 \text{ kW}$.

I-9- Quelle est la consommation d'essence pour parcourir 100 km ? Que pensez-vous de la valeur trouvée ?

I-10- Un modèle un peu plus précis détaille la phase d'admission et d'échappement, comme cela est représenté sur le diagramme **figure 3**.

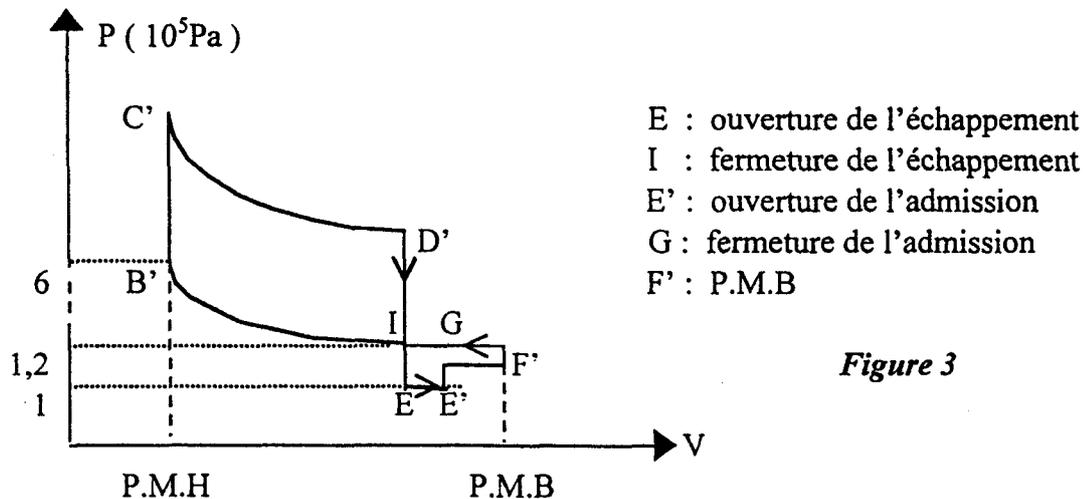


Figure 3

Quelle est la conséquence pour le travail effectivement fourni par le moteur sur un cycle et pour la consommation ?

I-11- Pourquoi peut-on dire qu'a priori un moteur deux temps, de même cylindrée et de même régime est deux fois plus puissant qu'un moteur à quatre temps ? En réalité, la puissance n'est que 1,5 fois plus grande. Pourquoi ?

II - MÉCANIQUE

TIR D'UN OBUS VERS LE ZÉNITH

Au 17^{ème} siècle, le Père Mersenne, ami et correspondant de Descartes, se livra à un tir d'obus, le canon étant pointé vers le zénith. Le résultat ne fut pas du tout celui escompté.

On se propose d'étudier l'influence de différents facteurs physiques sur la trajectoire de l'obus.

En un lieu A de latitude $\lambda = 48^\circ\text{N}$, un canon tire un obus à la vitesse $v_0 = 100 \text{ m.s}^{-1}$ suivant la verticale ascendante Az. On désigne par Axyz un repère orthonormé lié à la Terre, Ax étant dirigé vers le Sud.

On assimile la Terre à une sphère homogène, tournant autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire $\omega_0 = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$.

On note \vec{g}_0 le champ de pesanteur terrestre, de module g_0 supposé constant égal à 10 m.s^{-2} .

II-1- On considère le référentiel lié à la Terre galiléen

II-1-1- On néglige la résistance de l'air.

a) Donner l'expression de la vitesse \vec{v} de l'obus à un instant quelconque.

b) Exprimer l'énergie mécanique de l'obus. Varie-t-elle au cours du temps ? Calculer l'altitude maximale atteinte par l'obus.

c) En quel point et au bout de combien de temps l'obus retombe-t-il ?

II-1-2- La résistance de l'air sur l'obus, de forme sphérique de rayon $r_0 = 5 \text{ cm}$ et animé d'une vitesse v , se traduit par une force de module $k\pi r_0^2 v^2$. Au voisinage des conditions normales, $k = 0,25 \text{ S.I.}$ L'obus est en plomb de masse volumique $\rho = 11,3 \text{ g.cm}^{-3}$.

a) Préciser l'unité de k .

b) Comparer la force de frottement au poids. Que penser ?

c) On prend en compte cette force de frottement fluide.

On pose $u = v^2$. Montrer que, dans la phase ascendante, u vérifie l'équation :

$$\frac{du}{dz} = -2g_0 - 2 \frac{k\pi}{m} r_0^2 u$$

Expliciter la fonction $z(u)$. En déduire l'altitude maximale atteinte par l'obus.

On posera $d = \frac{m}{2k\pi r_0^2}$.

Dans la suite du problème, on ne prend pas en compte les frottements de l'air sur l'obus.

II-2- On considère que le référentiel lié à la Terre (A , x , y , z) est non galiléen

II-2-1- Ecrire l'équation du mouvement de l'obus. Pourquoi la force d'inertie d'entraînement n'intervient pas explicitement dans l'équation du mouvement ?

II-2-2- On évalue la force d'inertie de Coriolis en utilisant la loi de vitesse obtenue au II-1-1 a). Justifier cette méthode de calcul.

Soit $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la base orthonormée associée au repère (Axyz). M repérant la position de l'obus, on pose $\vec{AM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Montrer que :

$$\ddot{y} = -2\omega_0 (v_0 - g_0 t) \cos\lambda.$$

En déduire une expression approchée de l'ordonnée y de l'obus. Évaluer y au moment où l'obus tombe sur le sol. La déviation se fait-elle vers l'Ouest ou vers l'Est ?

Le résultat dépend-il de l'hémisphère dans lequel on effectue le tir ?

II-2-3- L'expression de la force de Coriolis utilisée ne permet pas de mettre en évidence une déviation dans l'axe Nord-Sud. Or cette déviation existe. Expliquer cette apparente contradiction. Que penser de cette déviation comparée à celle calculée à la question précédente ?

II-3- Analyse du mouvement de l'obus dans le référentiel géocentrique

II-3-1

a) Rappeler la définition du référentiel géocentrique. Pourquoi peut-il être supposé galiléen pour ce type d'expérience ?

b) Déterminer la vitesse initiale de l'obus dans ce référentiel.

II-3-2- Si on considère le champ de gravitation uniforme sur la trajectoire de l'obus, montrer alors que celui-ci retombe en A.

Comment l'observateur géocentrique peut-il justifier la déviation évaluée au II-2-2- ?

III - ÉLECTRICITÉ

PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN ÉTHYLOMÈTRE

L'éthylomètre est un appareil électronique de mesure qui établit avec précision le taux de concentration d'éthanol dans l'air expiré.

Son principe réside dans la comparaison (à une longueur d'onde donnée) des flux lumineux, traversant une ampoule témoin contenant une solution de dichromate de potassium et une ampoule d'essai contenant la même solution mais dans laquelle a barboté une quantité précise d'air alvéolaire. Chaque ampoule reçoit le même flux lumineux $\Phi_0(\lambda)$. Deux photopiles identiques, placées chacune derrière une ampoule, décèlent les flux lumineux, $\Phi_{P0}(\lambda)$ transmis par l'ampoule témoin, $\Phi_P(\lambda)$ transmis par l'ampoule d'essai.

Les lois régissant l'absorption de la lumière par une substance colorée en solution, formulées par Beer, établissent une proportionnalité entre l'absorbance ou densité optique $A(\lambda)$ et la concentration de l'espèce colorée, l'absorbance étant définie par le logarithme du rapport du flux lumineux incident sur le flux lumineux transmis par la substance :

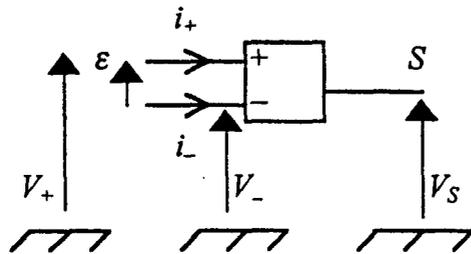
On note : $A_{P0}(\lambda) = \lg \frac{\Phi_0(\lambda)}{\Phi_{P0}(\lambda)}$ pour l'ampoule témoin

$A_P(\lambda) = \lg \frac{\Phi_0(\lambda)}{\Phi_P(\lambda)}$ pour l'ampoule d'essai

On notera \lg le logarithme décimal.

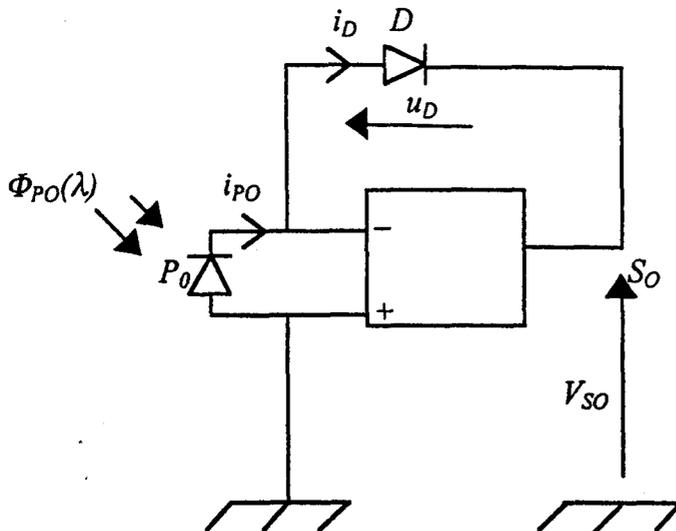
L'utilisation d'une photopile et d'amplificateurs opérationnels ne nécessite aucune connaissance particulière si ce ne sont celles précisées dans l'énoncé.

Les amplificateurs opérationnels considérés idéaux fonctionnent en mode linéaire.



on prendra
 $\epsilon = V_+ - V_- = 0$
 $i_+ = 0$
 $i_- = 0$

On étudie le circuit suivant (figure 1) :



P_0 est la photopile placée derrière l'ampoule témoin
 D est une diode à jonction
 i_{P0} est le courant délivré par la photopile

Figure 1

III-1- Soit i_{cc} le courant de court-circuit délivré par la photopile. Comparer i_{P0} et i_{cc} .

III-2- La diode à jonction est caractérisée par la relation :

$$i_D = i_{sat} [\exp(\beta u_D) - 1]$$

avec $\beta = 39(SI)$ et $i_{sat} = 7,5 \cdot 10^{-14} A$

III-2-1- Quelle est l'unité de β ?

III-2-2- Montrer que D est parcourue par le courant de court-circuit de la photopile.

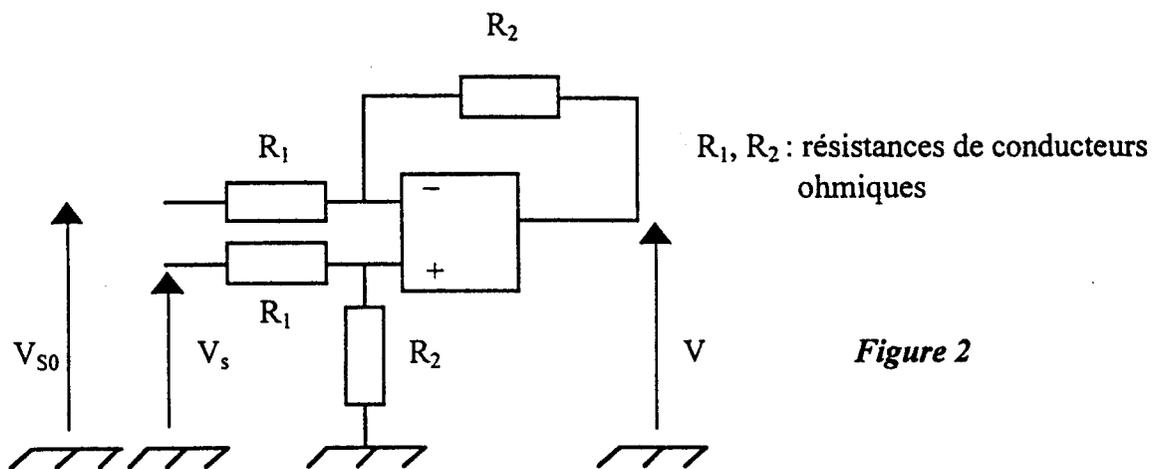
III-2-3- Sachant que u_D est de l'ordre de quelques centaines de millivolts, donner une expression simplifiée de u_D en fonction de i_{p0} , i_{sat} et β .

III-3

III-3-1- Montrer que $V_{s0} = \frac{1}{\beta} \ln \frac{i_{sat}}{i_{p0}}$.

III-3-2- Soit P la photopile placée derrière l'ampoule d'essai. On réalise avec P le même circuit qu'avec P_0 . Soit V_s la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel, la diode utilisée étant la même qu'au III-2, exprimer V_s en fonction de β , i_{sat} , i_p où i_p est le courant délivré par la photopile P.

III-4- On réalise le circuit suivant (figure 2) :



Exprimer V, la tension de sortie de l'amplificateur opérationnel, en fonction de V_s , V_{s0} , R_1 et R_2 .

III-5- i_{cc} étant proportionnel au flux lumineux reçu par la photopile, en déduire que V est proportionnelle à $A_p(\lambda) - A_{p0}(\lambda)$.

Pourquoi est-il possible, à l'aide d'un bon étalonnage, de lire, directement sur l'appareil, la quantité d'alcool insufflé ?

III-6- On remplace chaque conducteur ohmique de résistance R_2 par un condensateur de capacité C. Etablir alors la relation entre $\frac{dV}{dt}$ et $(V_s - V_{s0})$.

Quelle opération réalise-t-on ?

Le circuit, tel qu'il a été modifié, peut-il fonctionner ?