

# **CONCOURS COMMUN 1998**

## **DES ECOLES DES MINES D'ALBI, ALÈS, DOUAI, NANTES**

**Epreuve de Physique et Chimie**  
**( toutes filières )**

**Mardi 19 mai 1998 de 08h00 à 12h00**

### **Instructions générales :**

Les candidats doivent vérifier que le sujet comprend 12 pages numérotées 1/12, 2/12, ... 12/12.

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Les candidats colleront sur leur première feuille de composition l'étiquette correspondant à l'épreuve et figurant sur leur convocation.

### **Instructions spécifiques à l'épreuve de Physique et Chimie :**

Toute application numérique qui ne comportera pas d'unité, ne donnera pas lieu à attribution de points.

## PROBLEME DE PHYSIQUE

Le problème comporte cinq parties indépendantes :

- Les parties I et II portent sur la thermodynamique ;
- Les parties III et IV portent sur l'électrocinétique ;
- La partie V porte sur la mécanique.

L'ensemble étudie quelques problèmes posés par la climatisation d'un local destiné à recevoir du public.

### I – EVALUATION DE LA PUISSANCE DE L'INSTALLATION

Le local a un volume  $V = 300 \text{ m}^3$ , on souhaite y maintenir une température  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  (293 K). L'étude est réalisée dans des conditions extrêmes où l'air extérieur est à la température  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ . La pression de l'air est la même à l'intérieur et à l'extérieur du local, soit  $P_0 = 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$ .

I-1 : Ventilation: on fixe généralement le taux de renouvellement égal à 1, c'est à dire qu'en une heure, il faut renouveler en totalité l'air de la pièce.

I-1-1 : Calculer la masse d'air qui doit pénétrer en une heure dans le local.  
On supposera que l'air est un gaz parfait, de masse molaire  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ ;  
 $R = 8,32 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

I-1-2 : Calculer le transfert thermique  $Q$  reçu par cette masse d'air pour passer de la température  $t_2$  à la température  $t_1$ . En déduire la puissance thermique correspondante (transfert thermique par unité de temps).  
On donne la capacité thermique massique à pression constante de l'air :  
 $c_p = 1000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

I-2 : Fuites thermiques : l'air du local étant à  $20^\circ\text{C}$ , l'air extérieur à  $40^\circ\text{C}$ , on constate qu'en l'absence de climatisation et de ventilation, la température du local passe à  $21^\circ\text{C}$  en 10 minutes. Par un calcul simple, donner un ordre de grandeur de la puissance thermique correspondant aux fuites thermiques.

I-3 : Bilan : quelle doit être la puissance thermique extraite par le système de climatisation ?

Dans la suite, on prendra cette puissance égale à  $p_{TH} = 3 \text{ kW}$ .

## II – SYSTEME DE REFROIDISSEMENT

On envisage une machine frigorifique à gaz parfait dont on donne le schéma de principe sur la Figure 1.

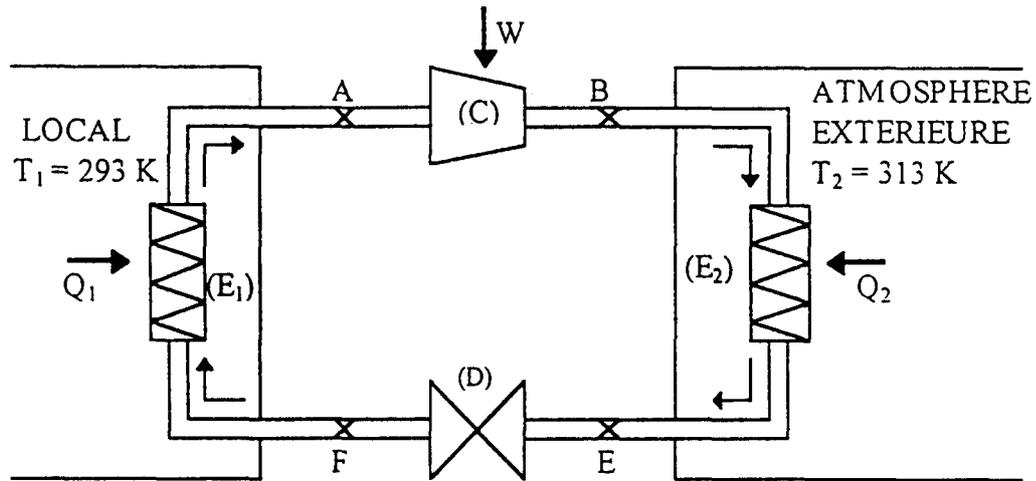


Figure 1

Le fluide qui décrit le cycle est de l'hélium pour lequel :  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$  et  $M = 4 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Le fluide traverse successivement :

- un COMPRESSEUR (C) où le fluide subit une compression adiabatique réversible qui l'amène de A ( $T_1, P_1$ ) à B ( $T_3, P_2$ ).
- un ECHANGEUR ( $E_2$ ) où le transfert thermique entre le fluide et la source chaude est  $Q_2$ , ce qui amène le fluide au point E ( $T_2, P_2$ ).
- un DÉTENDEUR (D) où le fluide se détend de façon adiabatique réversible, ce qui l'amène en F ( $T_1, P_1$ ).
- un ECHANGEUR ( $E_1$ ) où le transfert thermique entre le fluide et la source froide est  $Q_1$ , ce qui ramène le fluide au point A ( $T_1, P_1$ ).

On donne :  $T_1 = 293 \text{ K}$      $T_2 = 313 \text{ K}$      $P_1 = 2 \text{ bar}$      $P_2 = 3 \text{ bar}$ .

Tous les calculs sont rapportés à 1 kg d'hélium.

II-1 : Calculer pour l'hélium la capacité thermique massique  $c_p$ .

II-2 : Calculer les températures  $T_3$  et  $T_2$ .

II-3 : Calculer les volumes massiques  $v_A, v_B, v_E$  et  $v_F$ .

II-4 : Donner l'allure du diagramme du cycle en coordonnées ( $P, v$ ). On fera apparaître les isothermes  $T_1$  et  $T_2$ . Préciser le sens de parcours du cycle et conclure.

II-5 : Calculer les transferts thermiques  $Q_1$  et  $Q_2$  reçus par l'hélium lors de la traversée des échangeurs  $E_1$  et  $E_2$ . En déduire le travail  $W$  reçu par l'hélium lors de la traversée du compresseur.

II-6 : Définir et calculer l'efficacité de l'installation.

II-7 : Calculer la masse d'hélium qui doit, par seconde, décrire le cycle afin d'obtenir la puissance nécessaire au refroidissement du local, soit  $p_{TH} = 3 \text{ kW}$ .

II-8 : Calculer la puissance minimale du moteur qui actionne le compresseur.

### III – REGULATION AUTOMATIQUE

En pratique, le système de refroidissement ne fonctionne pas en permanence. Un système de régulation met la climatisation en marche en fonction des besoins. On étudie ici deux montages électriques permettant de réaliser cette fonction.

III-1 : Le capteur de température est une résistance de type CTN (Coefficient de Température Négatif) dont la résistance  $R(T)$  est de la forme :  $R(T) = R_0 \exp\left(\frac{a}{T}\right)$  où  $T$  est la température en kelvins.

Quand on passe de  $0^\circ\text{C}$  (273K) à  $50^\circ\text{C}$  la résistance varie de  $5000 \Omega$  à  $100 \Omega$ .  
Calculer  $R_0$  et  $a$ .

Calculer  $R$  pour  $T = 293 \text{ K}$ .

Tous les montages qui suivent font intervenir un relais (K) qui commande la climatisation. La résistance propre du relais est  $R_K = 100 \Omega$ . La plage d'enclenchement du relais est comprise entre 1,5 V et 3 V. Cela signifie que :

- si la tension  $U_K$  aux bornes du relais est inférieure à 1,5 V, alors le relais est ouvert et la climatisation arrêtée ;
- si la tension  $U_K$  est supérieure à 3 V alors le relais est fermé et la climatisation fonctionne ;
- entre 1,5 V et 3 V la fermeture peut se produire de façon aléatoire.

III-2 : On envisage le montage de la Figure 2 où la résistance  $R(T)$  est à la température du local.

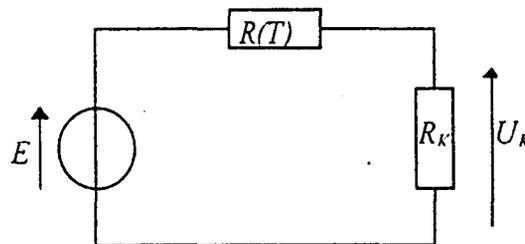


Figure 2

III-2-1 : Comment appelle-t-on ce type de montage ?

III-2-2 : Calculer  $E$  pour que la tension  $U_K$  soit égale à 2,25 V lorsque  $T = 293 \text{ K}$ .  
Expliquer le choix de 2,25 V.

III-2-3 : Calculer les températures  $T_{(1,5\text{V})}$  et  $T_{(3\text{V})}$  correspondant aux tensions  $U_K = 1,5 \text{ V}$  et  $3 \text{ V}$ .  
Décrire le comportement du système de climatisation.  
Commenter.

Pour améliorer le système de régulation on peut utiliser un montage électronique comportant un transistor. Le traitement des questions qui suivent ne suppose aucune connaissance préalable sur le transistor.

Le transistor schématisé sur la Figure 3 est un composant électronique à 3 bornes : B (base), E (émetteur), C (collecteur).

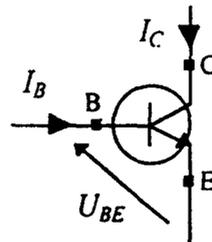


Figure 3

En fonctionnement normal le transistor impose les relations :

$$U_{BE} = 0,6 \text{ V} \quad I_C = \beta I_B \text{ avec } \beta = 100$$

III-3 : On réalise alors le montage de la Figure 4 qui est équivalent à celui de la Figure 5 en ce qui concerne le fonctionnement du relais.

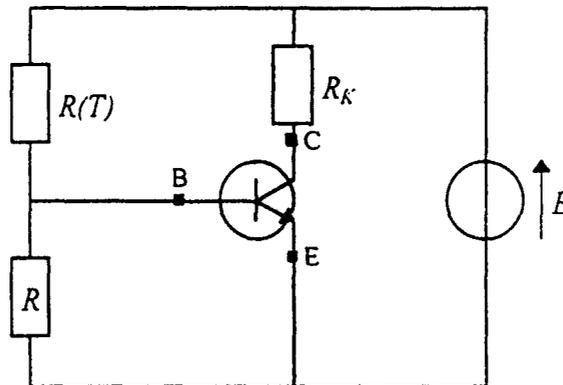


Figure 4

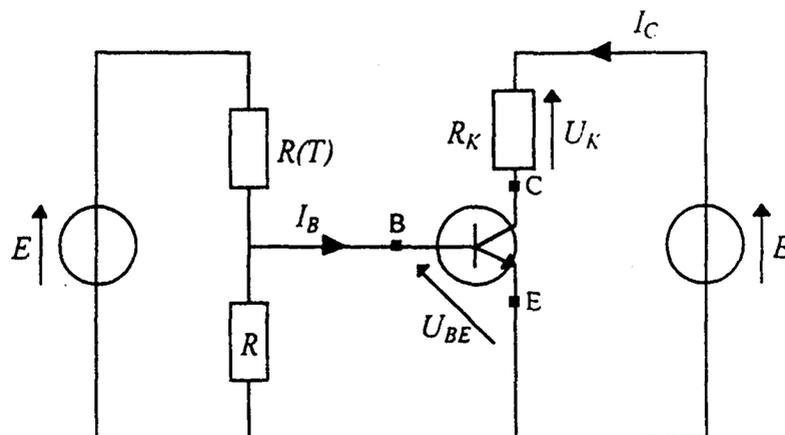


Figure 5

III-3-1 : Déterminer les valeurs de  $E'$  et de  $R'$  en fonction de  $E$ ,  $R$  et  $R(T)$  pour que le montage de la *Figure 6* soit équivalent à celui de la *Figure 5*.

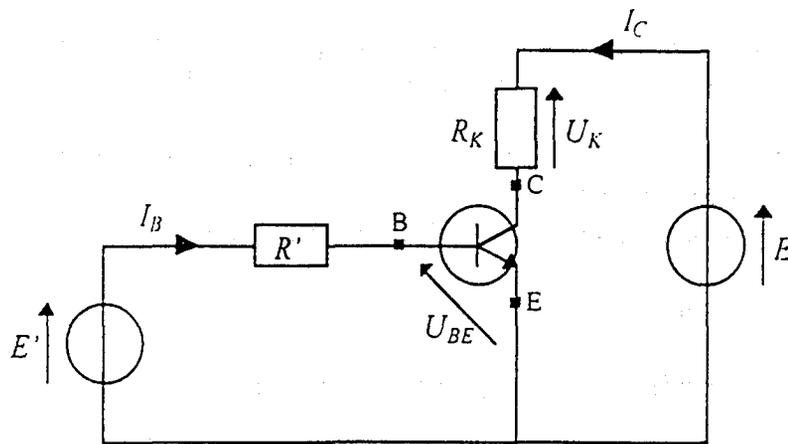


Figure 6

III-3-2 : On prend  $E = 12 \text{ V}$ .

Déterminer la valeur qu'il faut donner à  $R$  pour que  $U_K = 2,25 \text{ V}$  quand  $T = 293 \text{ K}$ .

III-3-3 : Calculer alors les températures  $T_{(1,5V)}$  et  $T_{(3V)}$  correspondant à  $U_K = 1,5 \text{ V}$  et  $3 \text{ V}$ . Commenter.

**IV – ETUDE ELECTRIQUE DU MOTEUR DU COMPRESSEUR**

Du point de vue électrique, le moteur du compresseur peut être modélisé par un dipôle  $R, L$  série.

IV-1 : Alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 220 V, le moteur consomme une puissance de 1 kW pour une intensité efficace de 7 A.

IV-1-1 : Calculer le facteur de puissance  $\cos \varphi$  du moteur,  $\varphi$  représentant le déphasage courant-tension dans le moteur.

Décrire un montage permettant de déterminer expérimentalement  $\varphi$  et  $\cos \varphi$ .

IV-1-2 : Calculer  $R$  et  $L$ .

IV-2 : On ajoute un condensateur de capacité  $C$  en parallèle avec le moteur ( Figure 7).

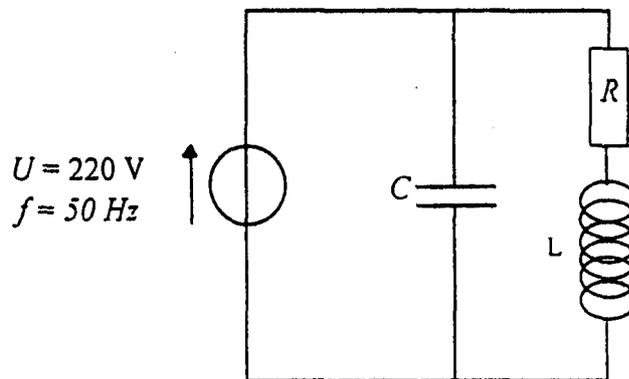


Figure 7

IV-2-1 : Calculer  $C$  pour que le facteur de puissance de l'ensemble moteur-condensateur soit égal à 1.

IV-2-2 : Le fonctionnement du moteur est-il modifié ?

Quel est l'intérêt de ramener le facteur de puissance à la valeur 1 ?

**V – VIBRATIONS DU MOTEUR**

Lorsque le moteur fonctionne, un balourd provoque des vibrations du châssis. Il est nécessaire de prévoir un système de suspension.

Le moteur est assimilé à un point matériel de masse  $m$ .

La suspension peut être modélisée par un ressort de longueur à vide  $\ell_0$  et de raideur  $k$ , placé en parallèle avec un amortisseur qui exerce sur le moteur une force de freinage  $\vec{f} = -\alpha \frac{dz}{dt} \vec{u}_z$  (Figure 8).

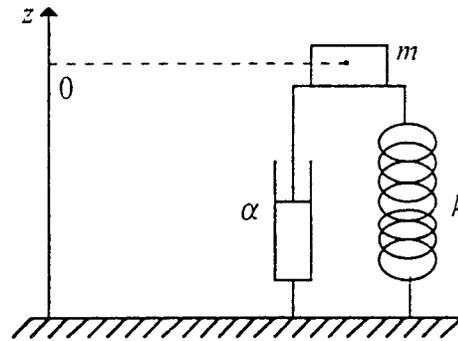


Figure 8

V-1 : Le moteur ne fonctionne pas et il est immobile.

Déterminer la longueur  $\ell$  du ressort.

La position du moteur dans ce cas est prise comme origine de l'axe  $Oz$ .

V-2 : Le moteur étant toujours arrêté, on écarte le moteur de sa position d'équilibre puis on le laisse évoluer librement.

V-2-1 : Etablir avec soin l'équation différentielle vérifiée par  $z(t)$ .

V-2-2 : On pose  $\lambda = \frac{\alpha}{2m}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  et on suppose  $\lambda < \omega_0$ .

Donner la forme générale de la solution  $z(t)$  en fonction des paramètres  $\lambda$  et  $\omega_0$ .

Comment appelle-t-on ce type de régime ?

V-2-3 : Ecrire l'énergie mécanique  $E_M$  du système en fonction de  $z$  et  $\frac{dz}{dt}$ .

Le système est-il conservatif ?

Que vaut  $\frac{dE_M}{dt}$  ? Retrouver ainsi l'équation du mouvement obtenu en V-2-1.

V-3 : Le moteur fonctionne, tout se passe alors comme s'il apparaissait une force supplémentaire de la forme :  $\vec{F} = F_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$ .

V-3-1 : Donner la nouvelle équation différentielle vérifiée par  $z(t)$ .

V-3-2 : En régime sinusoïdal établi on recherche des solutions de la forme :

$$z(t) = Z_0 \cos(\omega t + \varphi) \text{ et } v(t) = \frac{dz}{dt} = V_0 \cos(\omega t + \psi).$$

Donner l'équation vérifiée par la grandeur complexe  $\underline{V} = V_0 e^{i\psi}$ .

V-3-3 : Exprimer  $V_0$  en fonction de  $\omega$  et des paramètres  $\lambda$ ,  $\omega_0$  et  $\frac{F_0}{m}$ .

Donner l'allure de  $V_0(\omega)$ .

V-3-4 : La pulsation  $\omega$  vaut  $628 \text{ rad.s}^{-1}$ . Le moteur a une masse  $m = 10 \text{ kg}$  et on dispose de deux ressorts de raideur  $k_1 = 4 \cdot 10^6 \text{ N.m}^{-1}$  et  $k_2 = 10^6 \text{ N.m}^{-1}$ .

Lequel faut-il choisir pour réaliser la suspension ?